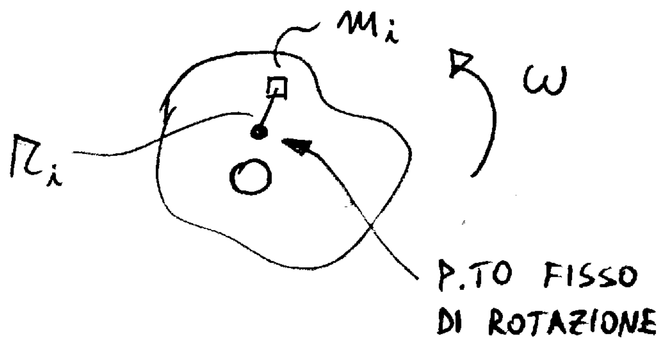
DINAMICA DEL CORPO RIGIDO

- IL MOTO DEL CORPO RIGIDO E' COMPLETAMENTE DEFINITO DAL MOTO DI UN SUO PUNTO E DALLA <u>VELOCITÀ ANGOLARE</u>

- RISPETTO AL CASO PRECEDENTE, NELLA SECONDA CARDINALE COMPARE LA DERIVATA DELLA VELOCITÀ ANGOLARE MOLTIPLICATA PER IL <u>MOMENTO D'INERZIA</u>

  IL MOMENTO D'INERZIA SAREBBE UNA MATRICE, PERÒ IN UN MOTO PIANO INTERESSA UN SOLO VALORE

SUPPONENDO DI AVERE IL MOTO DI ROTAZIONE RISPETTO AD UN PUNTO FISSO O:



$$M_o = I_o \gamma$$

IN CUI γ E' LA DERIVATA DELLA VELOCITÀ ANGOLARE, M_o E' IL MOMENTO DELLE FORZE RISPETTO AD O

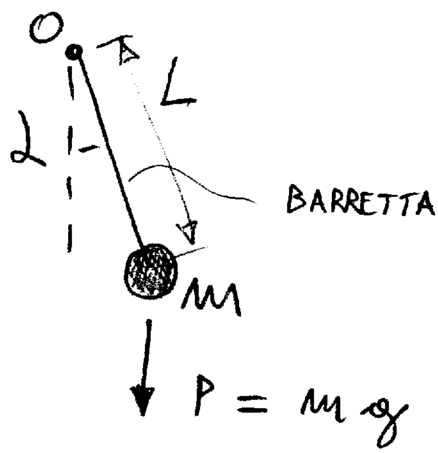
I_o E' LA SOMMA DI TUTTE LE MASSE CHE COMPONGONO IL CORPO MOLTIPLICATE PER LA DISTANZA AL QUADRATO RISPETTO AD O:

$$I_o = \sum m_i r_i^2$$

UNITÀ DI MISURA $Kg\, m^2$

IN ALCUNI CASI QUESTA QUANTITÀ PUÒ ESSERE DIFFICILE DA CALCOLARE, PUÒ ESSERE TROVATO AD ESEMPIO CON PROGRAMMI CAD

ES. 2: PENDOLO



IL MOMENTO DELLE FORZE RISPETTO AD O E' SOLO QUELLO DEL PESO, PERCHE' LA REAZIONE DELLA CERNIERA (NON NULLA) E' APPLICATA DA O E QUINDI IL MOMENTO E' NULLO

$$M_0 = - P L \sin\alpha = - m g L \sin\alpha$$

$I_0 = m L^2$ (NON CI SONO ALTRE MASSE)

INFINE: $\omega = \frac{d}{dt}\alpha$ $\qquad \gamma = \frac{d}{dt}\omega = \frac{d^2}{dt^2}\alpha$

QUINDI LA II EQUAZIONE DELLA DINAMICA DIVENTA:

$$- \cancel{m} g \cancel{L} \sin\alpha = \cancel{m} L^{\cancel{2}} \gamma$$

$$L \gamma + g \sin\alpha = 0$$

DI SOLITO LA DER. SECONDA SI INDICA:

$$\gamma = \ddot{\alpha}$$

$$L \ddot{\alpha} + g \sin \alpha = 0$$

PER PICCOLE OSCILLAZIONI $\sin \alpha \simeq \alpha$

$$L \ddot{\alpha} + g \alpha = 0$$

SI INTRODUCE LA SOLUZIONE:

$$\alpha = A \cos(\omega_M t + \varphi)$$

| A, φ DIPENDONO DALLE CONDIZIONI INIZIALI

$$-L \cancel{A} \omega_M^2 \cancel{\cos(\omega_M t)} + g \cancel{A} \cancel{\cos(\omega_M t)} = 0$$

$$\omega_M = \sqrt{g/L}$$

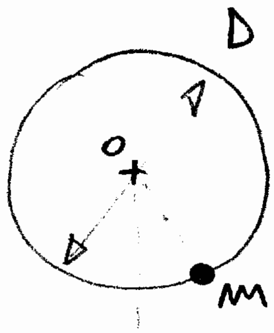
ES. PER AVERE T (PERIODO) DI 1 SECONDO:

$$\omega_M = \frac{2\pi}{T} \qquad \sqrt{g/L} = \frac{2\pi}{T}$$

$$\frac{g}{L} = \frac{4\pi^2}{T^2} \qquad L = \underbrace{g}_{9.81\ m/s^2} \frac{\overbrace{T^2}^{1\,s}}{4\pi^2} = 0.248\ m$$

VARIANTE: DISCO PIENO + MASSA m

(SOLIDALE AL DISCO)



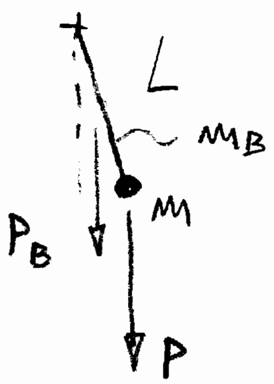
IL PESO DEL DISCO, DI NUOVO, E' APPLICATO IN O E QUINDI NON DA CONTRIBUTO AL MOMENTO DELLE FORZE

IL MOMENTO D'INERZIA DI UN DISCO E' $I_D = \frac{1}{8} m_D D^2$
m_D E' LA MASSA E D E' IL DIAMETRO, INFINE 1/8 E' DOVUTO ALLA DIVERSA DISTANZA RISPETTO AL CENTRO DELLA MASSA (DISTRIBUITA) DEL DISCO

IN QUESTO CASO SI HA:

$$- m g \frac{D}{2} \sin\alpha = \left[\tfrac{1}{8} m_D D^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2 m \right] \ddot{\alpha}$$

ULTERIORE VARIANTE



IN QUESTO CASO NON SI TRASCURA LA MASSA DELLA BARRETTA CHE PRODUCE SIA UN CONTRIBUTO A MOMENTO, SIA UN CONTRIBUTO AL MOM. D'INERZIA

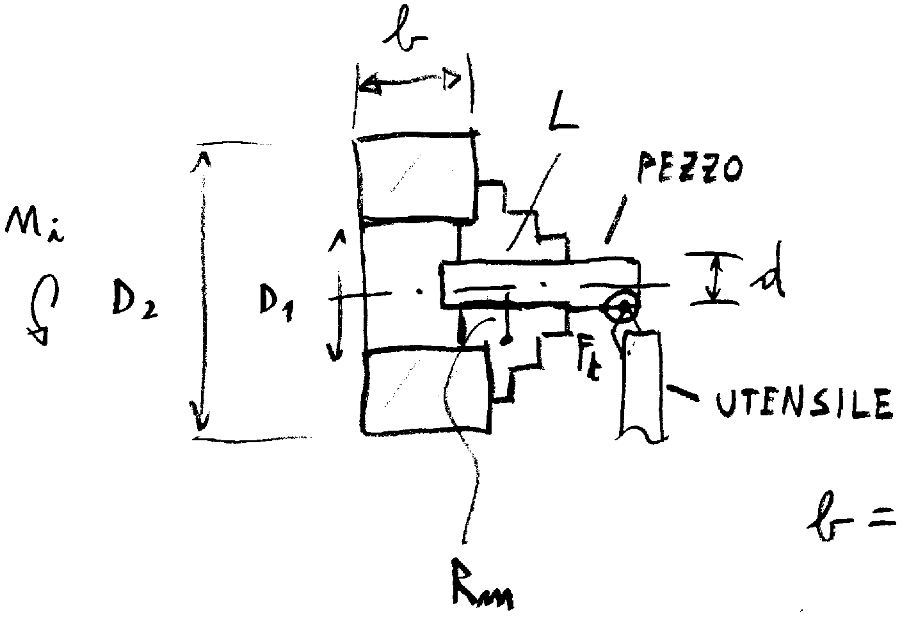
$$- g \left(m L + m_B \frac{L}{2} \right) \sin\alpha = \left(I_B + m L^2 \right) \ddot{\alpha}$$

ED INFINE:

$$I_B = \frac{1}{3} m_B L^2$$

(MOM. D'INERZIA DELLA BARRETTA RISPETTO AD UN'ESTREMITA')

ES. 2: INERZIA ROTATIVA TORNIO



$D_2 = 300$ mm

$D_1 = 170$ mm

$R_m = 120$ mm

$d = 40$ mm

$b = 90$ mm $L = 200$ mm

$\rho = 7860$ Kg/m^3

ACCIAIO

$m_m = 1$ kg

MASSA MORSETTI

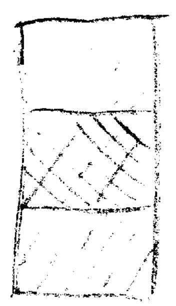
VELOCITÀ INIZIALE

$n_i = 500$ RPM

FORZA UTENSILE (TANGENZIALE)

$F_t = 20\ Kg_F$

MOMENTO D'INERZIA TOTALE DEL ROTORE



← PARTE POSITIVA (PIENO) m_p, I_p (MASSA, MOMENTO)

← PARTE NEGATIVA (VUOTO) m_v, I_v

$$m_p = \rho \frac{\pi}{4} D_2^2 b = 50.0 \text{ kg}$$

ATTENZIONE ALLE UNITÀ DI MISURA

D_2 E b VANNO RIPORTATI IN m: $D_2 = 0.3$ m

$b = 0.09$ m

$$m_v = \rho \frac{\pi}{4} D_1^2 b = 16.1 \text{ kg}$$

$$I_P = \frac{1}{8} m_P D_2^2 = 0.563 \ kg\, m^2$$

$$I_V = \frac{1}{8} m_V D_1^2 = 0.058 \ kg\, m^2$$

MOMENTO D'INERZIA DEL MORSETTO

$$I_m \approx m_m R_m^2 = 0.014 \ kg\, m^2$$

MOM. D'INERZIA DEL PEZZO

$$I_p = \frac{1}{8} \left(\rho \frac{\pi}{4} d^2 L\right) d^2 = 0.0004 \ kg\, m^2$$

MOM. D'INERZIA DELL'INTERO ROTORE

$$I_{TOT} = I_P - I_V + 3 I_m + I_p = 0.548 \ kg\, m^2$$

TERMINE NEGATIVO (MASSA MANCANTE) — 3 MORSETTI — TERMINE TRASCURABILE

IMPOSTANDO LA II CARDINALE

$$I_{TOT}\, \gamma = F_t\, d/2$$

$$\gamma = \frac{d}{dt}\omega$$

DA RIPORTARE IN N:

$$F_t = 20 \ kg_F = 20 \times 9.81 = 196.8 \ N$$

$$\gamma = \frac{F_t \ d/2}{I_{TOT}} = 14.3 \ rad/s^2$$

SI PUÒ QUINDI TROVARE IL TEMPO DI ARRESTO

$$\omega_i = 2\pi\, n_i/60$$

$$\omega_i - \gamma \Delta t = 0 \qquad \Delta t = \frac{\omega_i}{\gamma} = 3.66 \ s$$

FORZE D'ATTRITO

LE FORZE DI ATTRITO SONO AZIONI CHE SI OPPONGONO AL MOTO

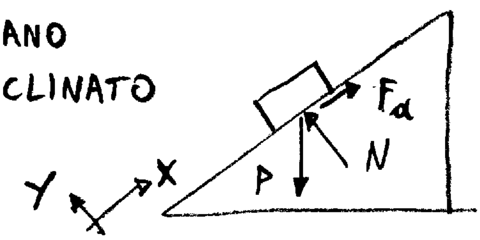
SI DISTINGUONO DIVERSI TIPI:

- ATTRITO STATICO (O ADERENZA)
- ATTRITO DINAMICO
- ATTRITO VOLVENTE
- RESISTENZA VISCOSA, RESISTENZA FLUIDODINAMICA

ATTRITO STATICO, O ADERENZA

E' UNA FORZA DI CONTATTO CHE SI SVILUPPA FRA I DUE CORPI IN ASSENZA DI MOTO RELATIVO

ES.:
PIANO INCLINATO



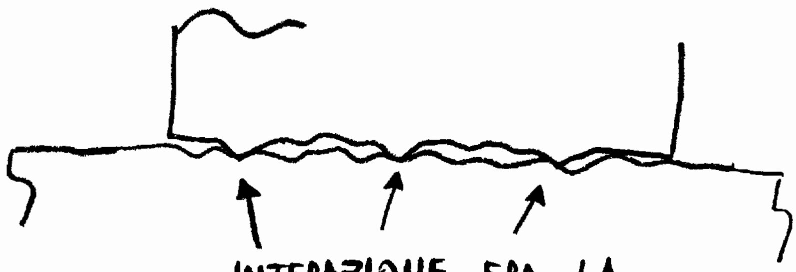
IL CORPO E' FERMO SUL PIANO INCLINATO,

F_a E' LA FORZA DI ADERENZA CHE NON PERMETTE AL CORPO DI CADERE

LA FORZA F_a SI DETERMINA IMPONENDO LA STATICA:

$$\begin{cases} -P\sin\alpha + F_a = 0 \\ -P\cos\alpha + N = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_a = P\sin\alpha \\ N = P\cos\alpha \end{cases}$$

L'ADERENZA SI SVILUPPA PER LE FORZE DI INTERAZIONE FRA I 2 CORPI DOVUTE ALLA RUGOSITÀ



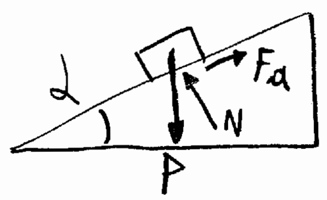
LA MASSIMA FORZA CHE SI PUÒ AVERE DIPENDE QUINDI DALLA FORZA DI CONTATTO IN MODO LINEARE:

$$F_{a,MAX} = f_a N$$

SE LA FORZA NECESSARIA PER GARANTIRE L'ASSENZA DI MOTO RELATIVO E' MINORE (O UGUALE) ALLORA SI HA APPUNTO ADERENZA, ALTRIMENTI SI HA SLITTAMENTO

ESEMPIO NUMERICO, PIANO INCLINATO

$$\alpha = 10° \quad , \quad f_a = 0.2 \quad \text{(METALLO - METALLO)}$$



SUPPONIAMO CHE L'ADERENZA SIA SUFFICIENTE

$\hookrightarrow$ $F_a = P \sin\alpha$ (EQUILIBRIO PRECEDENTE)

A QUESTO PUNTO VERIFICHIAMO L'ADERENZA

$$F_{a,MAX} = f_a N = f_a P \cos\alpha$$

$$F_a \overset{?}{<} F_{a,max}$$

$$\cancel{R}\sin\alpha \overset{?}{<} f_a \cancel{R}\cos\alpha$$

$$\underbrace{f_a}_{0.2} > \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \underbrace{tg\,\alpha}_{0.18}$$

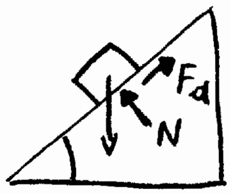
$\boxed{OK}$

ESSENDO VERIFICATA LA CONDIZIONE

$$F_a < F_{a,max}$$

NON SI HA SLITTAMENTO

ALTRO ESEMPIO



$\alpha = 45°$

IN QUESTO CASO:

$$F_a = P\,\sqrt{2}/2 \quad , \quad N = P\,\sqrt{2}/2$$

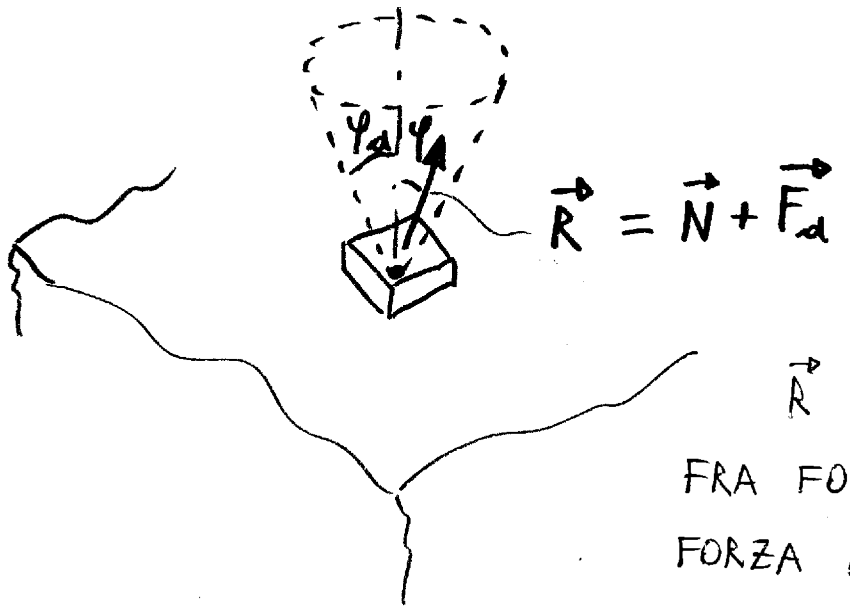
LA CONDIZIONE DI ADERENZA PERO' NON E' SODDISFATTA

$$f_a \overset{?}{>} tg\,\alpha = 1 \qquad \boxed{NO}$$

QUINDI IL VALORE DI F_a CALCOLATO CON L'EQUILIBRIO E' SOLO TEORICO PERCHE' NON E' PIU' GARANTITA LA STATICA

QUINDI AVREMO ACCEL. NON NULLA E IN UN ISTANTE IMMEDIATAMENTE SUCCESSIVO AVREMO VELOCITA' RELATIVA (STRISCIAMENTO)

LA VERIFICA DI ADERENZA SI PUÒ ANCHE FARE PER MEZZO DEL CONO D'ATTRITO



$\vec{R}$ E' LA RISULTANTE FRA FORZA NORMALE E FORZA D'ATTRITO

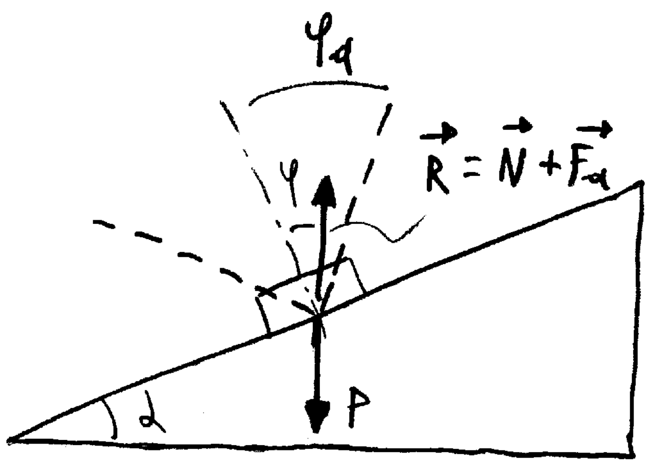
SE $\vec{R}$ E' CONTENUTA NEL CONO SI HA ADERENZA, ALTRIMENTI SLITTAMENTO

IL CONO D'ATTRITO (CHE SI RIDUCE AD UNA "V" NEL PIANO) INDICA CHE LA DIREZIONE E' QUALUNQUE, QUELLO CHE CONTA E' IL RAPPORTO FRA I MODULI

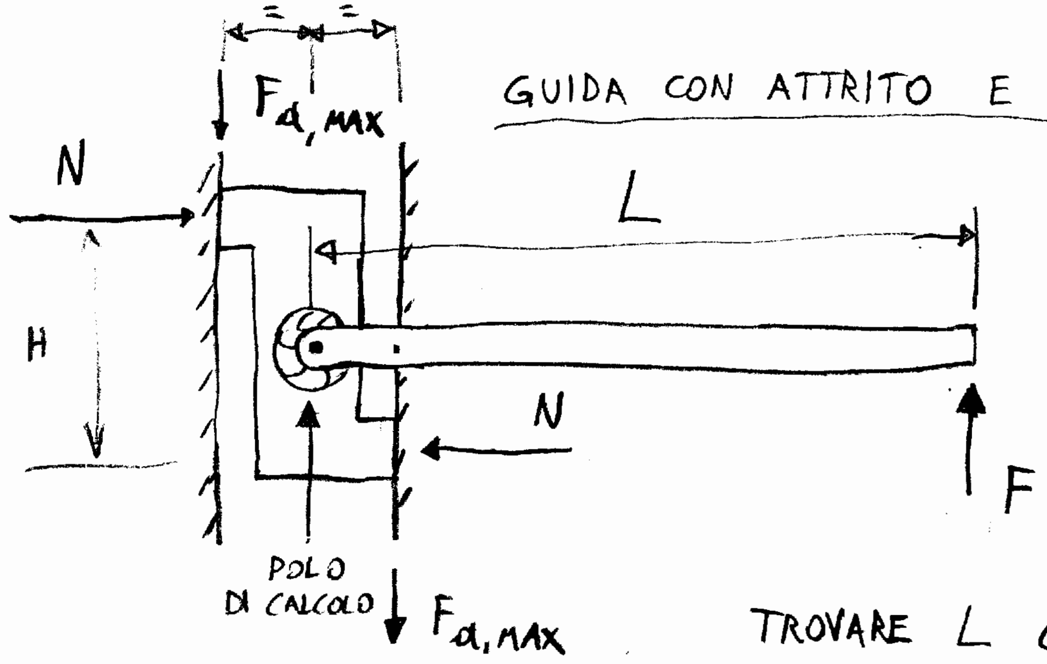
LA CONDIZIONE PUÒ QUINDI ESSERE ESPRESSA CON GLI ANGOLI: ADERENZA SE $\varphi \leq \varphi_a$

E $\varphi_a = \operatorname{arctg} f_a$

NEL CASO DEL PIANO INCLINATO $\varphi = \alpha$



ESEMPIO CON PIU' PUNTI DI CONTATTO



GUIDA CON ATTRITO E CARICO DISASSATO

TROVARE L CHE PRODUCA LA CONDIZIONE ADERENZA

ALLA CONDIZIONE LIMITE:

$$F_{a,MAX} = N f_a \quad (\text{ALTRIMENTI } F_a < N f_a)$$

EQUILIBRIO:

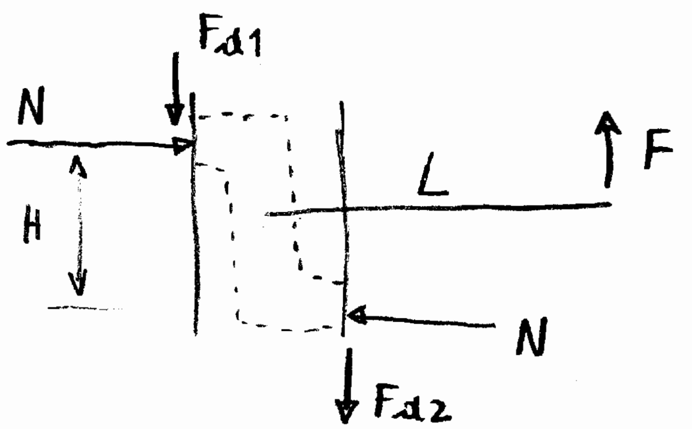
$$\begin{cases} N = F \dfrac{L}{H} \\ 2 F_{a,MAX} = F \end{cases} \xrightarrow{\text{SOSTITUENDO}} \frac{\cancel{F_{a,MAX}}}{f_a} = 2 \cancel{F_{a,MAX}} \frac{L}{H}$$

$$\hookrightarrow L = \frac{H}{2 f_a}$$

QUINDI SE SCELGO:

$L > H/2f_a$

HO ADERENZA CON VALORI DELLA F. DI ATTRITO < DI $F_{a,MAX}$



$$NH = FL \rightarrow N = F\frac{L}{H}$$

$$F_{a1} + F_{a2} = F$$

$$\frac{F_{a1}}{N} < f_a \qquad \frac{F_{a2}}{N} < f_a$$

F_{a1}, F_{a2} NON NECESSAR. UGUALI